

# Test d'Entraînement Technique RCHT

Correction

I.

Un moteur à courant continu actionne un vérin électrique, qui sert à soulever une masse de 102kg ( $P=1000N$ ). Le vérin est parfait et n'engendre aucun frottement. Lorsqu'on l'alimente à une tension de 24V, le vérin soulève la masse à une vitesse de 0.1m/s et consomme 144W. À quelle tension devra-t-on l'alimenter pour qu'il fasse monter la masse à une vitesse de 0.05m/s?

- 10V
- 12V
- 16V
- 20V

Correction:

On lit donc que le vérin n'engendre aucun frottement, en particulier visqueux. De cela, on peut déduire que le couple nécessaire au moteur électrique pour actionner la masse de 102kg est le même quelle que soit la vitesse de la masse.

Or, dans un moteur électrique, le couple est proportionnel au flux magnétique dans les bobines, lequel est lui aussi proportionnel à l'intensité traversant le moteur.

Ainsi, en notant  $I_1$  l'intensité circulant dans le moteur dans la situation initiale ( $U=24V$ ,  $v=0.1m/s$ ), et  $I_2$  l'intensité dans la situation 2 ( $U=?$   $v=0.05m/s$ ), on obtient que  $I_1 = I_2$

Par ailleurs, il est dit que le moteur consomme 144W sous 24V. On en déduit, par  $P=UI$ , que  $I_1 = I_2 = 144/24 = 6A$ .

Par ailleurs, la puissance reçue par le moteur est restituée en deux parties:

- La puissance mécanique (utile)
- La puissance thermique (pertes)

On calcule la puissance mécanique nécessaire à soulever une masse de 102kg à une vitesse de 0.1m/s. Cette puissance vaut 100W. Si l'on introduit  $R_m$ , la résistance électrique du moteur, les 44W restants sont le terme en  $R_m \cdot I_1^2$ .

Comme  $I_2 = I_1$ , on sait que  $R_m \cdot I_2^2 = R_m \cdot I_1^2$

On en déduit donc que la puissance thermique perdue par le moteur dans la situation 2 est la même que dans la situation de l'énoncé, et vaut 44W.

Calculons maintenant la puissance totale du moteur dans la situation 2:

- Puissance mécanique:  $0.05 \cdot 1000N = 50W$
- Puissance thermique:  $R_m \cdot I_1^2 = 44W$

$P_{tot} = 94W$

On rappelle à nouveau que  $I_2 = 6A$ . Comme  $P=UI$ , on déduit que  $U_2 = 94/6 = 16V$  environ.

Le résultat était trouvable aussi aisément en utilisant les formules de comportement des moteurs à courant continu:

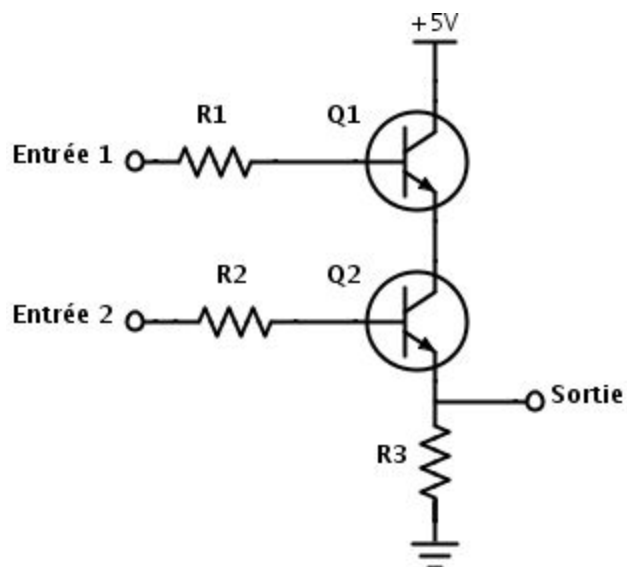
$$U = E + R.I$$

$$E = K.\Omega$$

$$C = K.I$$

(Avec  $U$  la tension aux bornes du moteur,  $E$  sa force contre-électromotrice,  $\Omega$  la vitesse de rotation du moteur,  $C$  son couple, et  $K$  un coefficient propre au moteur, déductible des données de l'énoncé.)

II.



À quelle porte logique ce montage correspond-il?

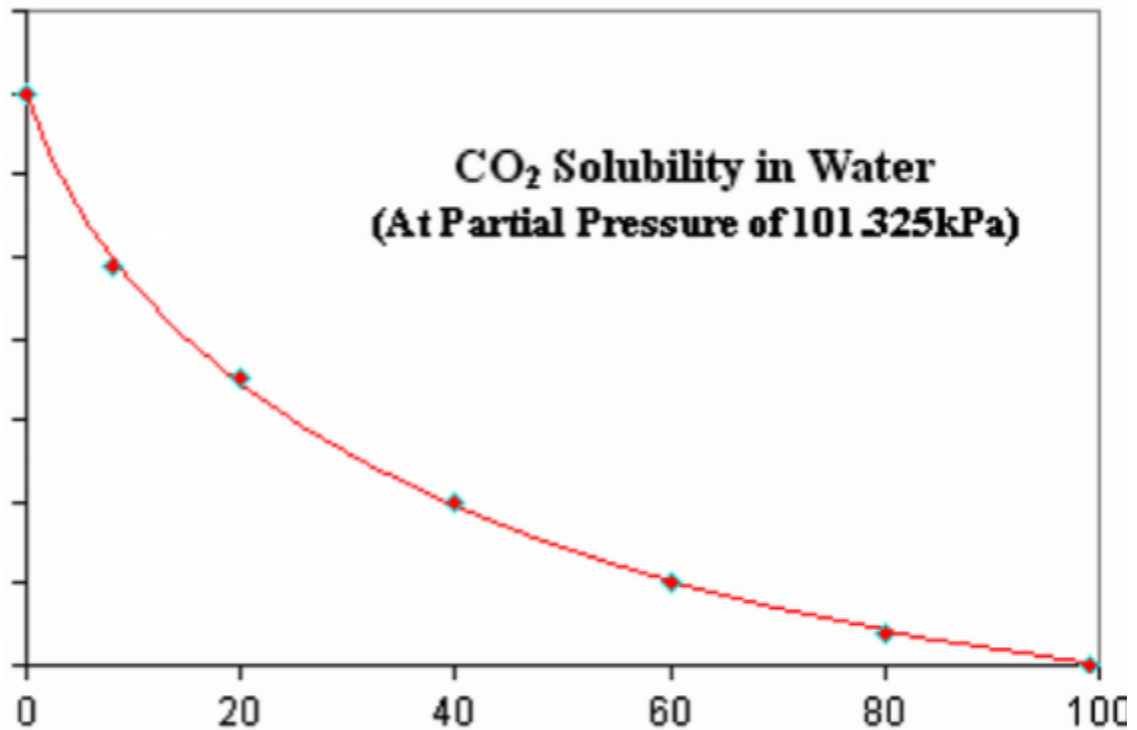
- Une porte OR
- Une porte NOR
- Une porte AND
- Une porte NAND

Correction:

On voit bien que l'émetteur du premier transistor attaque le collecteur du deuxième, et qu'il faut donc que les deux transistors soient passants pour que la sortie soit à 1.

On en déduit donc que c'est une porte AND.

III.



Quelles seraient possiblement les unités des axes?

- Abscisses: Joules; ordonnées: grammes/litre
- Abscisses: Degrés Celsius, Ordonnées: Joules/Kg
- Abscisses: Degrés Kelvin, Ordonnées: grammes/litre
- Abscisses: Degrés Celsius, Ordonnées: grammes/litre

Correction:

La solubilité d'un gaz dans un liquide s'exprime généralement en mol/L, en mol/Kg, en g/L, en g/Kg... Aussi, la seule grandeur qu'il serait cohérent de mettre en abscisses est la température. L'unité est très certainement le degré Celsius plutôt que le degré Kelvin, du fait des valeurs présentées sur l'axe des abscisses, qui correspondraient à des températures très basses si elles étaient exprimées Kelvin.

## IV.

Le pentoxyde de Vanadium est un catalyseur solide utilisé dans la réaction d'oxydation du dioxyde de soufre en trioxyde.

Selon Wikipédia: *“Le procédé Bayer consiste à faire passer le mélange de dioxyde de soufre et d'air dans un premier lit de catalyseur. La transformation est de 90 %. Le mélange passe dans un second lit ce qui pousse le taux de conversion à 98 %. Après le 4<sup>e</sup> lit la conversion est quasiment totale (99,6 %) et le trioxyde de soufre formé est refroidi à 200 °C. Il est alors conduit dans une tour d'absorption. Cette succession de lits permet d'une part d'augmenter le rendement du procédé, mais surtout de limiter les rejets de dioxyde de soufre à 350 ppm dans l'atmosphère.”*

On note  $S_a$  la surface spécifique de  $V_2O_5$ ,  $m$  sa masse,  $c(SO_2)$  la concentration de  $SO_2$  dans le lit de conversion,  $c(SO_3)$  la concentration de  $SO_3$ , et  $c(O_2)$  celle de dioxygène.  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  sont des constantes de réaction.

Correction:

On est dans un cas de catalyse hétérogène. La vitesse de réaction est donc proportionnelle à la surface libre du catalyseur, qui est égale à  $S_a \cdot m$ , par définition de la surface spécifique. Ensuite, le problème est un problème de cinétique chimique habituel, sans difficulté particulière.

## V.

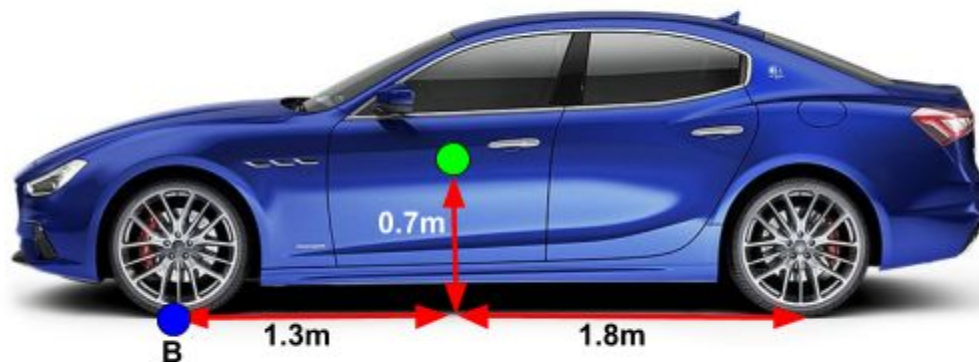
Des chimistes viennent de synthétiser par accident une nouvelle molécule dont l'état stable à température ambiante est liquide. Ils ont obtenu près d'un litre de composé pur. Ils ignorent tout des caractéristiques de cette molécule. Ils connaissent juste ses constituants élémentaires. Ils aimeraient évaluer le volume de la molécule, afin d'en déduire quelques caractéristiques, et peut-être l'identifier. De quelles informations ont-ils besoin, au minimum, pour calculer un ordre de grandeur du volume moléculaire?

- Masse volumique du liquide, composition élémentaire, température de fusion.
- Température de fusion, capacité thermique du liquide, composition élémentaire
- *Masse volumique de la vapeur de cette molécule, température d'ébullition du liquide, masse volumique du liquide.*
- Température d'ébullition, enthalpie de combustion

On sait que le volume molaire d'un gaz parfait ne dépend pas, dans la quasi totalité des cas, des caractéristiques de la molécule du gaz. De cette façon, 1 mol de dioxygène ou d'hexafluorure d'Uranium ont le même volume si elles sont à la même température.

Ainsi, à partir de la masse volumique de la vapeur du composé, et de sa température (température d'ébullition du liquide, en l'occurrence), on en déduit sa masse molaire. En faisant ensuite intervenir la masse volumique du liquide, qui, en ordre de grandeur, est la même que celle d'une molécule unitaire, on déduit le volume de la molécule de composé.

## VI.



On cherche à évaluer la répartition de freinage avant-arrière optimale pour cette voiture, lors d'un freinage d'urgence sur sol sec. On prend un coefficient de frottement de 1.2 entre la route et les pneus.

Dans ces conditions, la meilleure répartition du couple de freinage est:

- 40% avant, 60% arrière.
- 50% avant, 50% arrière.
- 70% avant, 30% arrière.
- 80% avant, 20% arrière.

Correction:

On place un pivot virtuel au point de contact entre les pneus avant et la route. On calcule ensuite le moment engendré en ce point par le freinage et par l'accélération de la gravité:

On divise ce moment par l'empattement de la voiture, afin de trouver l'appui sur la roue arrière. Le reste du poids de la voiture appuyant sur la roue avant, on le déduit aussi. Après calcul, la répartition du poids, lors du freinage, est donc de 80% sur l'avant, 20% sur l'arrière.

La loi de frottement de Coulomb implique que le couple de freinage suive cette même répartition.

## VII.

Intuitivement, sur route mouillée (coefficient de frottement pneu/route de 0.7), par rapport à la réponse précédente, la répartition de freinage optimale:

- Reste inchangée
- S'éloigne de 50%/50%
- Se rapproche de 50%/50%
- On ne peut pas savoir, il faut refaire tous les calculs.

Correction:

Sur route mouillée, le freinage est moins efficace (en témoigne le coefficient de frottement plus faible). Le "transfert des masses" est donc plus faible, et la répartition de freinage se rapproche donc de 50%/50%.

VIII.



Ce lave-linge permet un essorage à 1400tr/min. À combien de G, au maximum, le linge à l'intérieur est-il soumis lors de l'essorage?

- 1000G
- 500G
- 100G
- 20G



Correction:

$a = \omega^2 \cdot r$ : L'accélération subie par un objet sur une trajectoire circulaire est égal à sa vitesse de rotation, en rad/s, multipliée par le rayon de sa trajectoire.

Avec

$$\omega = 2\pi * 1400/60 = 147 \text{ rad/s} \text{ (Conversion tours/min en radians/secondes)}$$

Et

$$r = 0.225$$

Application numérique:

$$a = 147^2 * 0.225 \approx 4900 \text{ m/s}^2$$

Par ailleurs,

$$g \approx 10$$

De cette façon, on déduit que le linge subit environ 490G, la bonne réponse est donc la 2.

## IX.

On admet généralement que la masse volumique de l'air à 0°C et à pression atmosphérique vaut 1.293kg/m<sup>3</sup>. Que devient cette masse volumique à la même pression, mais à 40°C?

- 1.293kg/m<sup>3</sup> La pression ne change pas donc la densité de l'air reste la même
- 1.225kg/m<sup>3</sup>
- 1.127kg/m<sup>3</sup>
- 0.97kg/m<sup>3</sup>

Correction:

À ces températures, sous ces pressions, l'air est un gaz parfait.

On peut donc appliquer la formule des gaz parfaits:  $PV = nRT$

On s'intéresse à un volume d'1m<sup>3</sup>, à pression constante, on a donc  $n_1 * R * T_1 = n_2 * R * T_2$   
(avec  $T_1 = 273\text{K}$  et  $T_2 = 313\text{K}$ )

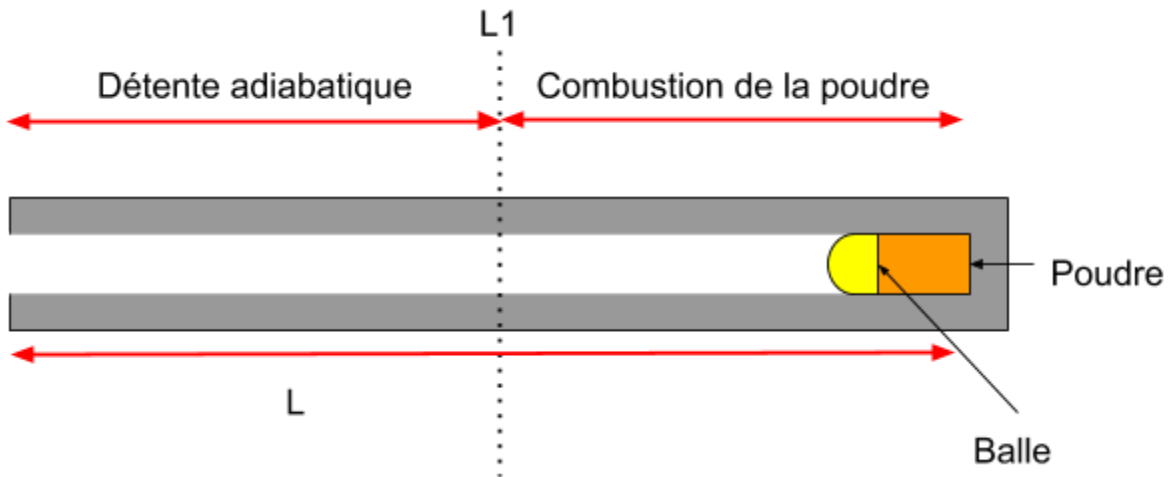
$$\text{Donc } n_2 = n_1 * (T_1 / T_2)$$

Étant donné que la masse, et la masse volumique, sont proportionnels à n lorsqu'on se place dans un volume constant, on en déduit que

$$\rho_1 = \rho_2 * (T_1 / T_2)$$

$$\text{A.N: } \rho_1 = 1.293 * 273 / 313 = 1.127 \text{ kg/m}^3$$

X.



Une cartouche est placée dans le canon d'une arme. Après mise à feu, dans les premiers temps, la poudre se consume en même temps qu'elle génère des gaz chauds qui poussent la balle. Après  $L_1$ , on considère que toute la poudre est consommée. La balle continue d'accélérer, grâce à la détente adiabatique des gaz chauds. On suppose donc que le canon est un isolant thermique parfait, et que la balle ne frotte aucunement contre.

On note  $\gamma$  l'indice adiabatique des gaz de combustion de la poudre. Étant majoritairement triatomiques, on considère que leur  $\gamma$  vaut 1,3.

Pour une quantité de poudre donnée, et pour  $L_1 < L \ll 10 \cdot L_1$ , quelle formule permet d'approximer le mieux l'énergie transmise à la balle en fonction de  $L$ ?

- $Ec(L) = Ec(L_1) \times cste1 \times \log(L)$
- $Ec(L) = Ec(L_1) + cste2 \times (L_1^{1-\gamma} - L^{1-\gamma})$
- $Ec(L) = Ec(L_1) + cste3 \times (1/L)$
- $Ec(L) = Ec(L_1) + cste4 \times (1/L_1 - 1/L)$

Correction:

Cette question est relativement difficile. Elle peut difficilement être résolue en éliminant les réponses improbables.

Tout d'abord, faute d'information, il est impossible d'évaluer l'énergie de la balle en  $L_1$ . On introduit donc le terme  $Ec(L_1)$  tel quel.

À partir de  $L_1$ , la balle gagne de l'énergie grâce à la pression des gaz derrière elle, laquelle suit la loi  $PV^\gamma = \text{cste}$ , par le caractère adiabatique de la détente. Sachant que le canon est un cylindre creux,  $V = S.L$ , avec  $S$  la section du cylindre.

On a donc  $PL^\gamma = \text{cste}$ , ou encore  $P = \text{cste} * L^{-\gamma}$

Or, l'énergie transmise à la balle après  $L_1$  vaut, d'après le formule  $E = F * d$ , par intégration:

$$\int_{L_1}^L P(L) * S * dL$$

En rassemblant les constantes, en écrivant  $P(L) = \text{cste} * L^{-\gamma}$ , puis en primitivant, on arrive bien à  $Ec(L) = Ec(L_1) + \text{cste} \times (L_1^{1-\gamma} - L^{1-\gamma})$

## XI.

Le deuxième étage de la fusée Ariane V utilise de l'hydrogène et de l'oxygène liquides comme carburant et comburant. L'impulsion spécifique du moteur est de 450s dans le vide, c'est à dire qu'un kilogramme de propergols ( $H_2 + O_2$  en proportion stoechiométriques) permet de fournir 1kg de poussée pendant 450s.

On note que les ergols sont stockés sous forme liquide, à  $-253^\circ\text{C}$  (Hydrogène) et  $-183^\circ\text{C}$  (Oxygène).

À partir de ces données et d'informations supplémentaires trouvées sur internet, déduisez le rendement du moteur du deuxième étage d'Ariane V.

- R=52%
- R=63%
- R=71%
- R=77%

Correction:

Cette question est la plus longue du test d'entraînement.

L'idée est de calculer le rapport entre l'énergie cinétique des gaz d'éjection et l'énergie chimique de combustion des propergols, sur une certaine masse de propergol. On obtient ainsi le rendement du moteur fusée.

$$\eta = P_{\text{cinétique}} / P_{\text{chimique}}$$

Tout d'abord, concentrons-nous sur la puissance cinétique. Il est possible de déduire facilement la vitesse d'éjection des gaz à partir de l'impulsion spécifique du moteur.

En effet, d'après la seconde loi de Newton,  $F = Dm \cdot v_{ej}$

Avec F la poussée du moteur, en N

Avec Dm le débit massique d'éjection des gaz par la tuyère, en kg/s

Et  $v_{ej}$  la vitesse d'éjection des gaz par la tuyère, en m/s.

En prenant  $F = 9.81 \text{ N}$ ,  $Dm = (1/450) \text{ kg/s}$  on obtient  $v_{ej} = 4414.5 \text{ m/s}$

À présent, étudions l'énergie de combustion des propergols, et déduisons-en la vitesse d'éjection maximale théorique des gaz.

Nous avons donc besoin d'aller chercher sur internet les informations suivantes:

- Enthalpie de combustion du dihydrogène à 20°C
- Capacités thermiques de l'hydrogène et de l'oxygène gazeux
- Enthalpie de vaporisation de l'hydrogène et de l'oxygène liquides.

On a donc

- $LHV(H_2) = 120 \text{ MJ/kg}$  (enthalpie de combustion)
- $Cp(H_2) = 13 \text{ J/g/K}$  et  $Cp(O_2) = 1 \text{ J/g/K}$  (Capacités thermiques)
- $Hv(H_2) = 0.452 \text{ kJ/mol}$  et  $Hv(O_2) = 3.41 \text{ kJ/mol}$  (Enthalpies de vaporisation)

Étant donné que la combustion d'un kg d'hydrogène dans l'oxygène donne 9 kg d'eau, on étudie l'énergie totale obtenue pour cette masse.

On a donc, pour 9kg de propergols,

$$E_{\text{chimique}} = 120 \cdot 10^6 - 13 \cdot 1000 \cdot 273 - 1 \cdot 8000 \cdot 203 - (1000/2) \cdot 0.452 \cdot 10^3 - (8000/32) \cdot 3.41 \cdot 10^3 = 114 \text{ MJ.}$$

Sachant que  $E = 0.5 \cdot m \cdot v^2$ , on obtient que cela correspond à une vitesse d'éjection maximale théorique de 5028 m/s.

La vitesse "réelle", calculée à partir de l'impulsion spécifique du moteur, est de 4415.5 m/s.

Le rapport des deux vitesses au carré nous donne le rendement.

$$\text{Ainsi, } \eta = (4415.5/5028)^2 = 76.99\%$$

## XII.

<https://github.com/thim0o/PHPTextSearch/blob/master/results.php>

Dans un recueil de poèmes de Victor Hugo au format .txt, pour quelle requête ce script renverra-t-il le plus de résultats de recherche?

- “Elle”
- “Elle avait”
- “Elle pris avait ce pli”
- “Elle avait pris ce pli”

Correction:

Le script agit ainsi:

- Il découpe la requête “plein texte” de l'utilisateur en mots clef, en utilisant différents séparateurs.
- Il parcourt le fichier ligne par ligne, en vérifiant que chacune des lignes contient TOUS les mots clef rentrés par l'utilisateur, et si oui, l'ajoute dans les résultats.

De cette façon, on peut voir que plus la requête est précise et contient de mots-clef, plus le nombre de résultat sera faible.

D'où la réponse 1.

### XIII.

On modifie maintenant la fonction `contains_all` comme ceci:

```
function contains_all($str,array $words) {  
    if(!is_string($str))  
        { return false; }  
  
    foreach($words as $word) {  
        if(is_string($word) && stripos($str,$word))  
            { return true; }  
    }  
    return false;  
}
```

Même question:

- “Elle”
- “Elle avait”
- “Elle avait pris”
- *“Elle avait pris ce pli”*

Correction:

On a modifié la fonction `contains_all` pour que le script évalue, à chaque ligne, si UN (ou plus) des mots clef est présent dans la ligne. De cette façon, plus la requête de l'utilisateur contient de mots-clef, plus la réponse du script sera fournie.

D'où la réponse 4.

## XIV.

Quelle est la complexité temporelle de ce script en fonction du nombre de lignes du fichier texte?

- *Linéaire*
- Polynomiale de degré supérieur à 1
- Exponentielle
- Sur-Exponentielle

Correction:

Le texte est parcouru intégralement une fois. La complexité est donc linéaire en fonction de la longueur de celui-ci.

## XV.

Un bateau est équipé d'un moteur de 200 chevaux. On cherche à évaluer le diamètre minimal de son hélice pour se prémunir du risque de cavitation. L'hélice est plongée à 1m de profondeur.

Dans quelle configuration le risque de cavitation est-il le plus fort?

- Bateau à l'arrêt, moteur au ralenti
- *Bateau à l'arrêt, moteur plein gaz*
- Bateau à pleine vitesse, moteur au ralenti, hélice en "roue libre".
- Bateau à pleine vitesse, moteur plein gaz

Correction:

D'après Bernoulli, un fluide qui accélère voit sa pression diminuer. De cette façon, lorsque la vitesse du fluide mis en mouvement par l'hélice est suffisamment grande par rapport à l'eau environnante, la pression peut descendre au niveau de la pression de vapeur saturante de l'eau, causant ainsi l'apparition de vapeur et donc de bulles.

Il s'agit donc, pour répondre à la question, d'évaluer dans laquelle des 4 situations l'eau mise en mouvement par l'hélice atteint la plus forte vitesse par rapport à l'eau environnante.

Il est assez évident que lorsque le moteur est au ralenti, quelle que soit la vitesse du bateau, l'eau est moins troublée que lorsque de la puissance est transmise à l'hélice.

Aussi la bonne réponse ne figure pas dans les propositions 1 et 3.

On peut écrire la puissance du moteur comme étant le produit du débit volumique d'eau passant par l'hélice multiplié par la différence de pression en amont et aval de cette eau:

$$W_{\text{moteur}} = D_{\text{vol}} \cdot (P_{\text{Amont}} - P_{\text{Aval}}).$$

La cavitation survient lorsque  $(P_{\text{Amont}} - P_{\text{Aval}})$  atteint le même ordre de grandeur que la pression statique de l'eau alentour.

$D_{\text{vol}}$  étant la quantité d'eau transitant chaque seconde par l'hélice, il augmente avec la vitesse du bateau.  $W_{\text{moteur}}$  étant une constante, cela signifie que  $(P_{\text{Amont}} - P_{\text{Aval}})$  diminue avec la vitesse du bateau.

De cette façon, on peut affirmer qu'à puissance moteur constante, l'hélice engendre un risque de cavitation plus fort lorsque le bateau avance lentement, et a fortiori lorsqu'il est à l'arrêt.

D'où la réponse 2.

## XVI.

Dans cette configuration, quel est le diamètre minimal de l'hélice pour qu'il n'y ait pas de cavitation? Difficulté 9/10

- Environ 15cm
- Environ 30cm
- *Environ 45cm*
- Environ 70cm

Correction:

Tout d'abord, calculons la vitesse maximale à laquelle l'eau peut être accélérée par l'hélice avant risque de cavitation:



La cavitation survient lorsque  $P_{\text{dynamique}} \approx P_{\text{statique}}$  c'est à dire, dans notre cas:

$$0.5 \cdot \rho \cdot v^2 = 1.1 \cdot 10^5 \quad (\text{pression atmosphérique} + \text{pression due à la profondeur d'1m})$$

On trouve une vitesse limite de 15m/s environ.

La puissance transmise de l'hélice à l'eau peut être écrite de deux façons:

$$W_{\text{moteur}} = D_{\text{vol}} \cdot (P_{\text{Amont}} - P_{\text{Aval}}) = 0.5 \cdot \rho \cdot S \cdot V \cdot V_{\text{ej}}^2$$

Avec:

- $V_{\text{ej}}$  la vitesse de l'eau juste après son passage dans l'hélice
- $S$  la section de l'hélice
- $V$  la vitesse caractéristique de l'eau au travers de l'hélice. Dont on verra que, peu intuitivement, elle n'est pas égale à  $V_{\text{ej}}$

Et aussi:

$$W_{\text{moteur}} = Dm \cdot V_{\text{ej}} \cdot V = S \cdot V \cdot \rho \cdot V_{\text{ej}} \cdot V = \rho \cdot S \cdot V_{\text{ej}} \cdot V^2$$

Ces deux équations devant être vraies en même temps, on a  $\rho \cdot S \cdot V_{\text{ej}} \cdot V^2 = 0.5 \cdot \rho \cdot S \cdot V \cdot V_{\text{ej}}^2$ , ce qui signifie que  $V = 0.5 \cdot V_{\text{ej}}$ .

On réinjecte dans une des deux équations, pour déterminer la section  $S$  minimale, telle que  $V_{\text{ej}} < 15\text{m/s}$ :

$$\text{On a donc } S = (200 \cdot 736) / (0.25 \cdot \rho \cdot 15^3) = 0.17\text{m}^2$$

Le diamètre de l'hélice est donc de  $2 \cdot \sqrt{0.17/\pi} = 47\text{cm}$ .

## XVII.

Un horloger réalise des horloges à pendule. Il désire avoir une précision de 1s/mois, c'est à dire une erreur  $iT$  inférieure à  $4 \cdot 10^{-7}$  sur la période du pendule. Dans son processus de fabrication, l'horloger a une source d'erreur principale: la longueur du pendule, On note  $iL$  cette erreur relative. Connaissant la formule des pseudo-pulsations d'un pendule, quelle inégalité les incertitudes du process de l'horloger doivent-elles respecter pour que les horloges atteignent leur objectif de précision?

- $iL \leq 1 \times 10^{-7}$
- $iL \leq 8 \times 10^{-7}$
- $iL^2 \leq 4 \times 10^{-7}$
- $iL^3 \leq 4 \times 10^{-7}$

Correction:

Le plus simple pour répondre à la question est encore de tester les valeurs limites de  $iL$ , de les réinjecter dans l'équation du pendule, et d'observer si l'on est bien en-dessous de l'erreur attendue. On voit donc que la réponse 2 convient parfaitement.

Il est aussi possible, bien qu'un peu plus long, de retrouver l'inégalité n°2 par le calcul.

## XVIII.

Un athlète désire lancer un javelot à 65m (+-1m). Pour cela, il sait qu'il doit lancer son javelot avec un angle de  $45^\circ$ , avec une vitesse initiale de 25.25 m/s. (La traînée aérodynamique est négligée, car son calcul et son effet sur la trajectoire ne sont pas l'objet de ce problème). On note  $i\alpha$  l'erreur maximale sur l'angle de lancer, en degrés. On note  $iV$  l'incertitude sur la vitesse, en m/s.

Quelle inégalité devront respecter  $i\alpha$  et  $iV$  pour que l'athlète atteigne son objectif?

- $5.15 iV + 0.04 i\alpha^2 \leq 1$
- $12 iV \times 0.04 i\alpha^2 \leq 1$
- $7 iV \times 5 i\alpha \leq 65$
- $5.7 iV + 12 i\alpha \leq 1$

Correction:

On peut éliminer d'office les 2 propositions faisant intervenir des produits:

En effet, le fait de maîtriser parfaitement une source d'erreur ( $iV = 0$  ou  $i\alpha = 0$ ) n'autorise pas, sans perte de précision, une erreur infinie sur l'autre.

Restent donc les propositions 1 et 4. Il est assez intuitif que, lorsqu'on lance un javelot, l'erreur sur l'angle de lancer autour de  $45^\circ$  a des conséquences seulement à l'ordre 2.

En effet, un angle légèrement trop important par rapport à l'Horizontale diminue certes la projection de la vitesse du javelot sur cet axe, mais augmente par ailleurs son temps de vol, par un apogée (c'est bien un nom masculin) de la trajectoire plus élevé. Inversement, un angle trop faible diminue le temps de vol mais augmente la vitesse horizontale.

Le but de cette section est de voir à quel point le candidat "sent" mathématiquement les phénomènes physiques, et là, ça "sent" l'ordre 2. Le terme  $i\alpha$  est donc au carré, ce qui ne laisse que la réponse 1.

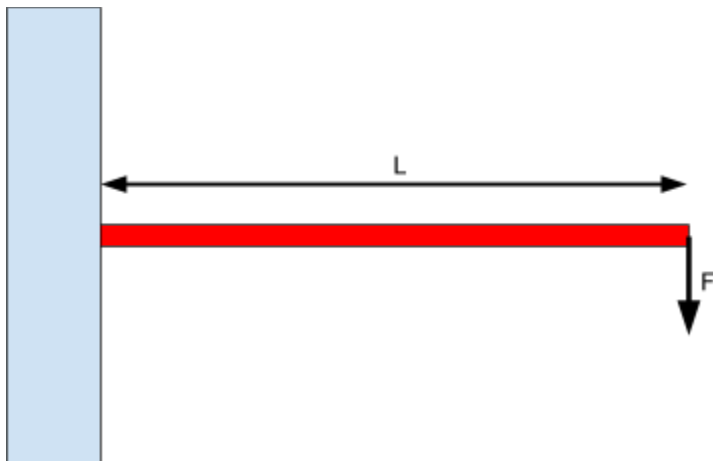
Évidemment, l'inégalité n°1 est trouvable par un calcul de trajectoire du javelot, avec quelques développements limités pour obtenir des termes simples sur les incertitudes.

## XIX.

On considère une poutre en acier de section circulaire pleine, sollicitée en flexion. Son acier a les propriétés suivantes:

- Limite d'élasticité: 1500 MPa
- Module de Young: 200 GPa
- Densité: 7.85

Cette poutre a été parfaitement dimensionnée par des ingénieurs structure, de sorte que la force  $F$  engendre dans la poutre des contraintes égales à la limite d'élasticité de l'acier.



Les ingénieurs structure décident de remplacer l'acier par un alliage d'aluminium 7075 dont voici les spécifications:

- Limite d'élasticité : 500 MPa

- Module de Young: 72 MPa
- Densité: 2.81

Ils gardent les mêmes contraintes de conception (contraintes max = limite d'élasticité, poutre circulaire pleine, même longueur de poutre) et les mêmes sollicitations. On note  $Ma$  la masse de la poutre en aluminium, et  $Ms$  la masse de la poutre en acier. Quelle sera la masse de la poutre en aluminium?

- $Ma = 0.57 \times Ms$
- $Ma = 0.62 \times Ms$
- $Ma = 0.69 \times Ms$
- $Ma = 1.2 \times Ms$

Correction:

Le moment de flexion supportable par une poutre sans déformation plastique vaut:

$$M_f = M_q \cdot R_e$$

Avec  $M_f$  le moment de flexion maximal

$M_q$  le moment quadratique de la section de la poutre

$R_e$  la limite élastique du matériau qui la compose.

Dans le cas d'une poutre cylindrique pleine,  $M_q$  dépend du diamètre de la poutre à la puissance 4.

Étant donné que la poutre en acier et la poutre en alu sont dimensionnées pour supporter le même moment fléchissant, on a:

$$M_{q(al)} \cdot R_{e(al)} = M_{q(s)} \cdot R_{e(s)} \text{ or, } M_q = \text{cste} \cdot D^4 \text{ avec } D \text{ le diamètre de la poutre.}$$

$$\text{On a donc: } D_{(al)}^4 \cdot R_{e(al)} = D_{(s)}^4 \cdot R_{e(s)}. \text{ Donc } D_{(al)} = 1.316 \cdot D_{(s)}$$

Le volume de la poutre dépend de son diamètre au carré, donc

$$V_{(al)} = 1.732 \cdot V_{(s)}$$

Compte tenu des masses volumiques respectives de l'acier et de l'aluminium, on arrive bien à

$$Ma = 0.62 \times Ms$$

XX.

On note  $k_1$  le coefficient trouvé à la question précédente tel que  $M_a = k_1 \times M_s$

Supposons maintenant que la sollicitation de ces deux poutres ne soient plus constantes, mais cycliques. Les ingénieurs les redimensionnent donc de façon à ce qu'elles supportent 1 million de cycles de sollicitations. On se pose la même question de la masse de la poutre en alliage d'aluminium par rapport à celle en acier. On note donc  $k_2$  le nouveau rapport des masses, tel que  $M_a = k_2 \times M_s$ . Compte tenu des propriétés de résistance à la fatigue de ces deux matériaux, que peut-on dire de  $k_1$  et  $k_2$  ?

- $k_1 < k_2$
- $k_1 > k_2$
- $k_1 = k_2$
- $k_1 = 2 * k_2$

Correction:

L'aluminium et ses alliages ont une très mauvaise résistance à la fatigue par rapport à l'acier. Le surdimensionnement de la poutre en acier sera donc plus faible que pour la poutre en aluminium. De cette façon,  $k_2 > k_1$ .